Construction de S-Boxes à bas coût par des réseaux MISTY et Feistel

A. Canteaut, S. Duval, G. Leurent

Inria

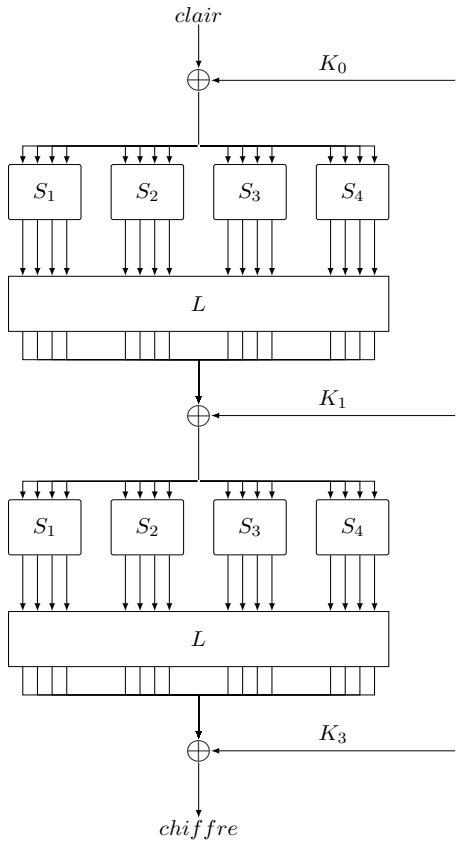
05/10/2015

Table des Matières

Le contexte : les chiffrements par blocs

Critères de Shannon

1. Diffusion
   - Chaque bit de l'entrée doit affecter tous les bits de sortie
   - On utilise généralement des fonctions linéaires
2. Confusion
   - La relation entre le texte clair et le texte chiffré doit être difficile à trouver
   - Cela nécessite des fonctions non-linéaires
   - Ces fonctions sont souvent implémentées en tables : S-Boxes



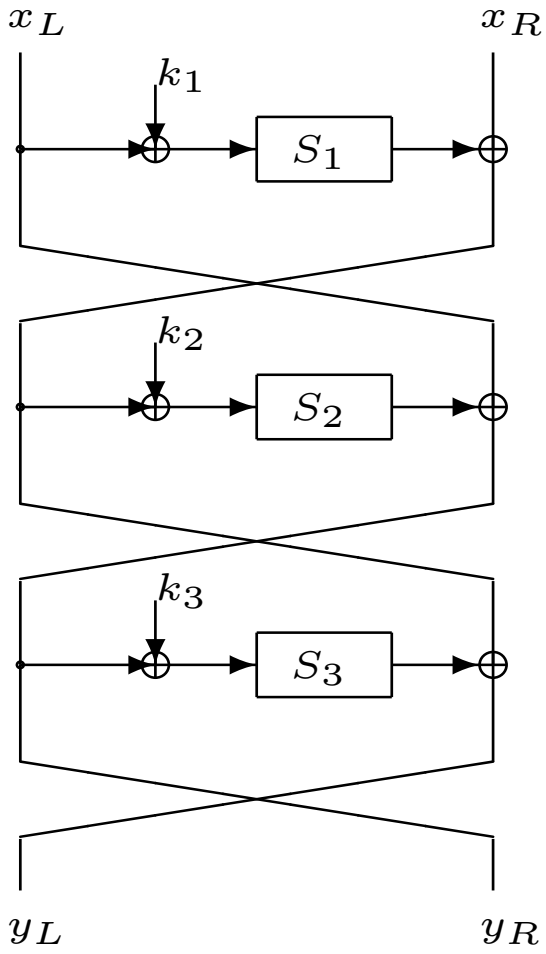
Chiffrement SPN

Cryptographie à bas coût

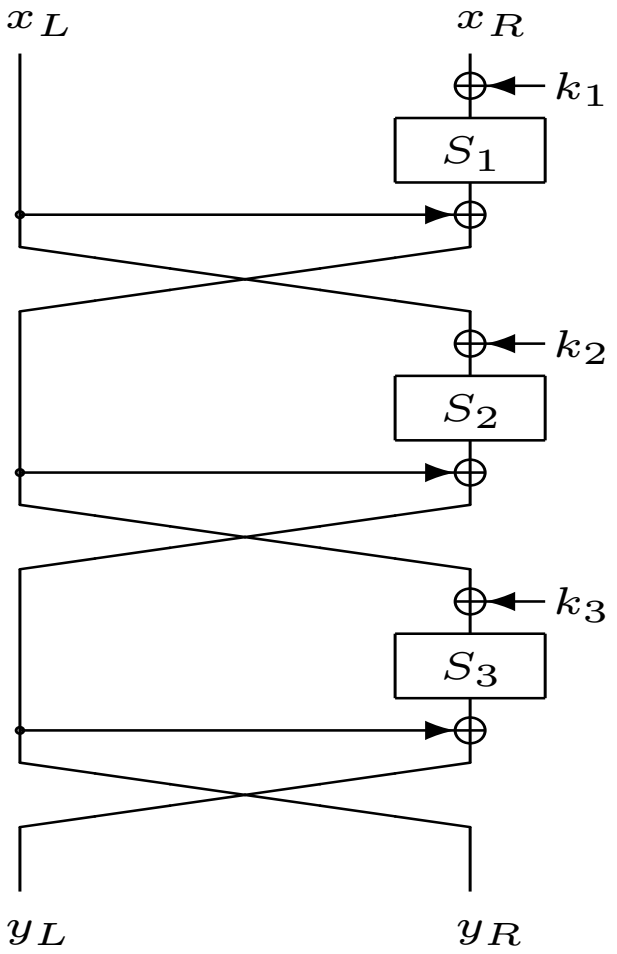
Problématique : les S-Boxes coûtent cher à implémenter

- Taille standard de S-Box : 8 bits (opération sur des octets)
  - L'implémentation reste chère, peut-être trop chère pour le RFID
- De plus petites S-Boxes permettent un coût moins élevé :
  - implémentation logicielle par table : tables plus petites
  - implémentation matérielle : moins de portes logiques
- En revanche, il faut plus de tours pour atteindre la même sécurité
- Peut-on trouver un compromis ?

Construction à partir de S-Boxes plus petites



Feistel



MISTY

Objectif

- Construction de S-Boxes avec des réseaux MISTY et de Feistel
  - En particulier, construction de S-Boxes de 8 bits à partir de S-Boxes de 4 bits
  - Compromis entre coût d'implémentation et paramètres de sécurité

Résultats

- Déterminer les meilleures propriétés atteignables avec les réseaux MISTY et de Feistel
  - Application aux S-Boxes de 8 bits
- En pratique : contruction de S-Boxes à bas coût

Attaques différentielles

Définition : Uniformité différentielle

Soit F une fonction de $\mathbb{F}_2^n$ dans $\mathbb{F}_2^n$. La table différentielle de F est :

$$\delta_F(a \to b) = \#\{x \in \mathbb{F}_2^n | F(x \oplus a) = F(x) \oplus b\}.$$

De plus, l'uniformité différentielle de F est

$$\delta(F) = \max_{a \neq 0, b} \delta_F(a \to b).$$

- $\delta_F(a \to b)$ est pair
- $\delta(F) = 2$ pour les fonctions APN
- Une S-Box S est résistante aux attaques différentielles si $\delta(S)$ est petite

Attaques linéaires

Définition : Linéarité

Soit F une fonction de $\mathbb{F}_2^n$ dans $\mathbb{F}_2^n$. La table des biais linéaires de F est :

$$\lambda_F(a,b) = \sum_{x \in \mathbb{F}_2^n} (-1)^{a \cdot x \oplus b \cdot F(x)}.$$

De plus, la linéarité de F est

$$\mathcal{L}(F) = \max_{a,b \neq 0} |\lambda_F(a,b)|.$$

- Une S-Box S est résistante aux attaques linéaires si $\mathcal{L}(S)$ est petite

Réseaux MISTY et de Feistel

- Initialement : pour définir des chiffrements par blocs (avec clé)
- Bien étudiés, beaucoup de résultats de sécurité sont connus :

$$\mathrm{MEDP}(F_K) = \max_{a\neq 0,b} \frac{1}{2^k} \sum_{K\in\mathbb{F}_2^k} \frac{\delta_{F_K}(a\to b)}{2^n}$$

$$\mathrm{MELP}(F_K) = \max_{a,b\neq 0} \frac{1}{2^k} \sum_{K\in\mathbb{F}_2^k} \left(\frac{\lambda_{F_K}(a,b)}{2^n}\right)^2$$

- Pour MISTY et Feistel :

$$\mathrm{MEDP}(S_i) \leq p \Rightarrow \mathrm{MEDP}(F) \leq p^2$$

$$\mathrm{MELP}(S_i) \leq q \Rightarrow \mathrm{MELP}(F) \leq q^2$$

- Attention ! Ce n'est pas applicable dans le cas où la clé est fixée !

Limite de MEDP

Exemple

- Réseau MISTY sur 3 tours
- $S_1 = S_2 = S_3 = [A, 7, 9, 6, 0, 15, B, 3, E, 8, 2, C, D, 4, F]$.
- $\delta(S_i) = 4$, $\mathrm{MEDP}(S_i) = 2^{-2}$
- $\mathrm{MEDP}(F) \leq 2^{-4}$
- Pour toute clé, il existe une différentielle avec probabilité 2^{-3}

- Une borne sur MEDP signifie :
  1. Choisir une différence en entrée et une différence en sortie
  2. Pour une clé aléatoire, la probabilité différentielle est petite
- Pas de borne lorsque la différence est choisie après la clé !
- En particulier, pour construire une S-Box, il n'y a pas de clé, c'est-à-dire qu'on fixe initialement $K = 0$

Feistel : résultats antérieurs

Théorème (Li et Wang, CHES 2014)

Soit F la fonction construite par 3 tours d'un réseau de Feistel avec les fonctions S_1, S_2 et S_3, alors

- $\delta(F) \geq 2\delta(S_2)$
- $\delta(F) \geq 2^{n+1}$ si S_2 n'est pas une permutation
- Pour $n = 4$, $\delta(F) \geq 8$, et si $\delta(F) = 8$, alors $\mathcal{L}(F) \geq 64$
- $\delta(F) = 8$ et $\mathcal{L}(F) = 64$ est atteignable

Feistel : nouveaux résultats

Théorème

- $\delta(F) \geq \delta(S_2) \max(\delta_{min}(S_1), \delta_{min}(S_3))$
- $\delta(F) \geq 2^{n+1}$ si S_2 n'est pas une permutation
- $\delta(F) \geq \max_{i\neq 2, j\neq i,2}(\delta(S_i)\delta_{min}(S_j), \delta(S_i)\delta_{min}(S_2^{-1})$ si S_2 est une permutation
  où $\delta_{min}(S) = \min_{a\neq 0} \max_b \delta_S(a \to b)$
- Ces bornes font intervenir les 3 S-Boxes

Pour $n = 4$

- $\delta(F) \geq 8$, borne atteinte
- $\mathcal{L}(F) \geq 48$, $\mathcal{L}(F) \geq 64$ si $\delta(F) < 32$

MISTY : nouveaux résultats

Théorème

- $\delta(F) \geq \delta(S_1) \max(\delta_{min}(S_2), \delta_{min}(S_3))$
- $\delta(F) \geq 2^{n+1}$ si S_1 n'est pas une permutation
- $\delta(F) \geq \max_{i\neq 1, j\neq i,1}(\delta(S_i)\delta_{min}(S_j), \delta(S_i)\delta_{min}(S_1^{-1})$ si S_1 est une permutation
  où $\delta_{min}(S) = \min_{a\neq 0} \max_b \delta_S(a \to b)$
- Il n'y avait aucun résultat précédent sur MISTY à clé fixée

Pour $n = 4$

- $\delta(F) \geq 8$, borne atteinte
- $\mathcal{L}(F) \geq 48$, $\mathcal{L}(F) \geq 64$ si $\delta(F) < 32$

S-Box de 8 bits par Feistel et MISTY

Feistel

- $\delta(F) \geq 8$, borne atteinte
  - Il faut S_1, S_3 APN, S_2 permutation avec $\delta(S_2) = 4$
- $\mathcal{L}(F) \geq 48$
  - $\mathcal{L}(F) \geq 64$ si $\delta(F) < 32$

MISTY

- $\delta(F) \geq 8$, $\mathcal{L}(F) \geq 64$, borne atteinte
  - Il faut S_1, S_3 APN, S_2 permutation avec $\delta(S_2) = 4$
  - F n'est pas une permutation
- $\mathcal{L}(F) \geq 48$
  - $\mathcal{L}(F) \geq 64$ si $\delta(F) < 32$
- F permutation : $\delta(F) \geq 16$, borne atteinte

Construction d'une S-Box résistante à bas coût

- D'après les résultats précédents, le réseau de Feistel est plus adapté
- Il faut S_1, S_3 APN, S_2 permutation avec $\delta(S_2) = 4$
  - Peut-on choisir S_i avec un faible coût d'implémentation ?
- Recherche exhaustive sur les petites implémentations jusqu'à obtenir les bonnes propriétés (Üllrich & al. 2011)
  - Chercher des séquences d'instructions pour une implémentation bit-sliced
  - On utilise des classes d'équivalence pour couper des branches
  - On minimise en particulier les opérations non-linéaires

Exemple concret

Permutation avec $\delta = 4$

- Recherche facile

  On réutilise les résultats de Üllrich & al.
- 9 instructions
  - 4 non-linéaires
  - 4 XOR
  - 1 copie

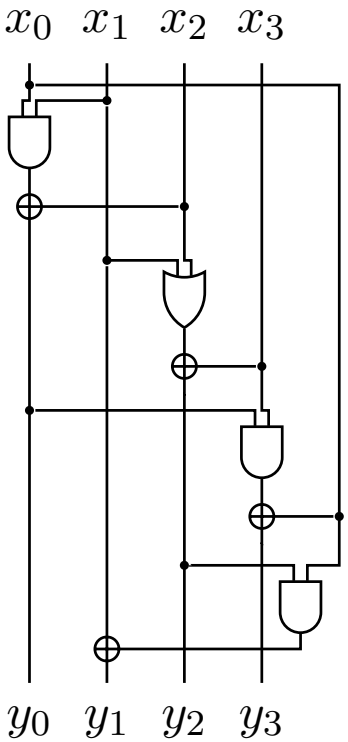
- 4 portes non-linéaires est optimal

Fonction APN

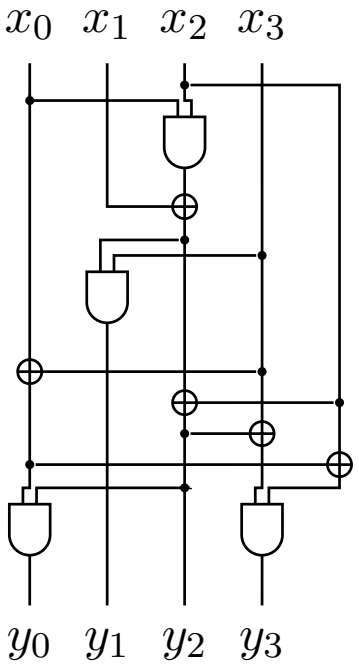
- Recherche coûteuse
  - Pas de filtre pour les permutations
  - 6k core-hours
- 10 instructions
  - Mais 6 non-linéaires
- 11 instructions
  - 4 non-linéaires
  - 5 XOR
  - 2 copies

- 4 portes non-linéaires est optimal

Exemple concret



Permutation avec $\delta = 4$ (S_2)



Fonction APN (S_1, S_3)

Un réseau de Feistel utilisant ces fonctions construit une permutation de 8 bits avec $\delta = 8$ et $\mathcal{L} = 64$.

Résultats

		Implem.		Propriétés		
S-Box	Construction	$\wedge, \vee$	$\oplus$	$\mathcal{L}$	δ	coût
AES	Inversion	32	83	32	4	1
Whirlpool	Lai-Massey	36	58	64	8	1.35
CRYPTON	3-r. Feistel	49	12	64	8	1.83
Robin	3-r. Feistel	12	24	64	16	0.56
Fantomas	3-r. MISTY (3/5 bits)	11	25	64	16	0.51
LS (unnamed)	Whirlpool-like	16	41	64	10	0.64
Nouveau	3-r. Feistel	12	26	64	8	0.45

Conclusion

1. Bornes sur la sécurité des réseaux de Feistel et MISTY à clé fixée
2. Application aux S-Boxes de 8 bits
   - Conditions nécessaires
   - Bornes détaillées pour les permutations
   - Feistel est meilleur pour les S-Boxes inversibles de 8 bits
3. Construction concrète de S-Boxes à bas coût
   - S-Box de 8 bits avec 3 tours de Feistel
   - Amélioration par rapport aux S-Boxes utilisées précédemment

Des questions ?